



Utvecklad undervisning i matematik

Vallonskolan 10 augusti 2022



Innehåll

- Clarke, Roche & Mitchell (2010)
- Det ni prövat
- Problemlösning och tal i bråkform
- Höstterminen

Clarke, Roche & Mitchell (2010)

Doug M Clarke, Anne Roche & Annie Mitchell



Tio sätt att göra bråk levande

I denna artikel presenteras några förslag på hur vi kan arbeta med bråk så att det inte bara handlar om att utföra beräkningar utan också leder till djupare förståelse för rationella tal.

Bråk kan vara svåra att undervisa om och svåra att lära sig, men svårigheter kan övervinnas. Resultat från matematikdidaktisk forskning i Australien och andra länder visar hur vi kan inrikta oss på de stora idéerna så att bråk kan bli begripliga för våra elever. Vi vill dela med oss av insikter vi fått från vår forskning om vad som är viktigt och mindre viktigt. Vi presenterar också några elevaktiviteter, som enligt vår erfarenhet har potential att göra bråk levande för både lärare och elever.

Varför är bråk så svårt?

De flesta är överens om att bråk är en viktig del av skolans matematikinnehåll. Arbete med bråk stödjer utvecklingen av proportionellt tänkande och bråk är betydelsefulla i kommande matematikstudier, inte minst inom algebra och sannolikhet. Det finns emellertid många lärare som tycker att det är svårt både att förstå och att undervisa om bråk och många elever har svårt att förstå bråk. En stor del av osäkerheten kring undervisning och lärande av bråk verkar härröra från de många olika tolkningarna, representationerna och symboliska konventionerna. tex $\frac{2}{3}$, $1\frac{1}{3}$, 1.25 och 125%. Dessutom generaliserar många



Det ni prövat

- ✓ Inverterade bråk
- ✓ Tre bråk på rad
- ✓ Annat?

Problemlösning

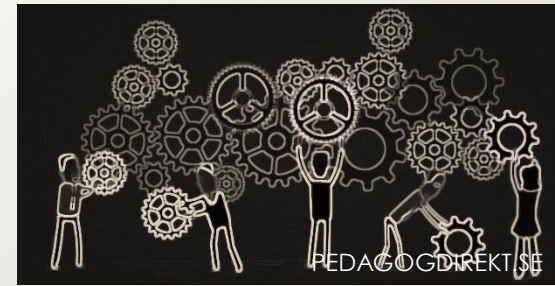
Ole köpte en pizza. På vägen hem åt han upp en tredjedel. Resten delade han lika mellan sig själv, frun och de fyra barnen. Hur mycket pizza fick varje person i familjen?

Mannen ville köpa aktie A för en tredjedel, aktie B för en fjärdedel, aktie C för en femtedel och aktie D för en sjättedel av sina pengar. Hade han tillräckligt med pengar?

Ante gav $\frac{1}{2}$ av sina stenar till Bror. Bror gav $\frac{1}{2}$ av sina stenar till Carl. Carl gav $\frac{1}{2}$ av sina stenar till Daniel som fick fyra stenar. Hur många stenar hade Ante från början?

Olika strategier

- Rita en figur
- Sätta upp en tabell
- Söka mönster
- Gissa och pröva
- Lösa ett enklare problem av samma typ
- Arbeta baklänges
- Ställa upp en ekvation



Tanketavla/Fyrfältare

Fysisk/konkret representation (föremål)	Verbal/skriftlig representation
Numerisk/symbolisk representation	Bildlig/grafisk representation

arkiv.ncm.gu.se/media/nywebb/matematikverkstad/mexico_city/tanketavlor2.pdf



Analysera problemet med stöd av fyrfältaren

Tillbaka 13:30

Allan byter golfbollar mot
tennis- och pingisbollar:

$$3 \text{ golf} = 5 \text{ tennis}$$

$$2 \text{ golf} = 7 \text{ pingis}$$

Hur många tennis- och
pingisbollar kan Allan få
för 26 golfbollar?

Problemlösning

Utifrån Lgr22

- En förmåga
- Ett centralt innehåll



Centralt innehåll, Lgr22

Åk 4-6

- Strategier för att lösa matematiska problem i elevnära situationer,
- Formulering av matematiska frågeställningar utifrån vardagliga situationer.

Åk 7-9

- Strategier för att lösa matematiska problem i olika situationer och inom olika ämnesområden samt värdering av valda strategier och metoder,
- Formulering av matematiska frågeställningar utifrån olika situationer och ämnesområden,
- Enkla matematiska modeller och hur de kan användas i olika situationer.

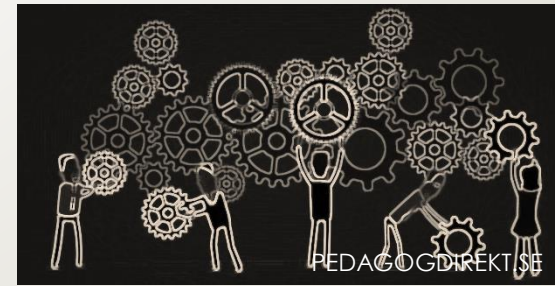
(Skolverket, 2021)

Definition

- Inte direkt vet hur problemet ska lösas (jämför med rutinuppgifter),
- Eleverna måste tolka, beskriva och formulera med matematiska uttrycksformer,
- Medvetenhet om att det ofta finns många olika sätt att komma fram till ett resultat,
- Pröva sig fram eller formulera sig matematiskt,
- Vill eller behöver lösa,
- Har inte på förhand en given procedur för att lösa,
- Kräver en ansträngning (Hagland m.fl., 2005)

Problem vs benämnd uppgift vs rutinuppgift

- **Benämnd uppgift:** För 4 år sedan hade Sari endast 4 kulor. Nu 4 år senare har Sari 4 gånger så många kulor. Ben hade dubbelt så många kulor som Sari hade för 4 år sedan. Nu 4 år senare har Ben också 4 gånger så många kulor som för 4 år sedan. Hur många kulor har nu Sari och Ben tillsammans?
- **Rutinuppgift:** Beräkna $16 + 32 =$





Problem eller rutinuppgift?

- Hur förstår elever uppgiften?
- När förstår elever hur man ska göra?
- På vilka sätt behöver elever hjälp för att komma igång?
- Hur angriper elever uppgiften?
- Vilken hjälp behöver elever för att finna strategier?
- När och på vilka sätt behöver elever hjälp för att komma vidare mot en lösning?
- Löser elever problemuppgiften?

Lös & läs

Ami, Ben och Cai ska på utflykt. Ami har två smörgåsar, Ben har tre smörgåsar och Cai har inga smörgåsar, men 25 kronor. De ska dela på smörgåsarna så att alla får exakt lika mycket. Cai ska betala till Ami och Ben för det hen får så att betalningen blir rättvis. Hur mycket ska Cai betala till Ami respektive Ben?



- Lös problemet
- **Därefter:** Läs artikeln – jämför med era lösningar
- Tillbaka 14:45

Rika problem...

- ...möjliggör för givande diskussioner om matematiska begrepp och procedurer,
- ...introducerar matematiska idéer eller lösningsstrategier,
- ...är lätta att förstå och alla kan arbeta med det,
- ...upplevs som en utmaning, kräver ansträngning och tillåts ta tid,
- ...kan lösas på flera olika sätt med olika strategier och representationer,
- ...initierar olika diskussioner utifrån elevernas lösningar,
- ...fungerar som brobyggare mellan olika matematiska områden,
- ...leder till nya intressanta problem (Hagland m.fl., 2005).

Fyra faser

- Förstå problemet
- Gör upp en plan
- Genomför planen
- Se tillbaka och kontrollera

(Polya, 1957)

Grupproblemet

1. Visa inte ditt kort för de andra,
2. Läs ditt kort för de andra,
3. Alla ska förstå lösningen och kunna redogöra för den.

Blommorna

I en vas stod det pingstliljor och tulpaner. Det var dubbelt så många tulpaner som pingstliljor.

Hur många gula tulpaner stod det i vasen?

Blommorna

$1/3$ av tulpanerna var röda.

Hur många gula tulpaner stod det i vasen?

Blommorna

De övriga tulpanerna var gula.

Hur många gula tulpaner stod det i vasen?

Blommorna

Lisa tog bort hälften av pingstliljorna. Sedan stod det 15 blommor i vasen.

Hur många gula tulpaner stod det i vasen?

Kollegors problem

I hagen finns svarta, vita och bruna får.
Det finns 6 bruna får i hagen.
Det finns dubbelt så många vita får
som bruna får i hagen.
De svarta fåren är hälften så många
som de vita och bruna tillsammans.
Hur många svarta får finns i hagen?

Alternativ fråga till samma ledtrådar:
Hur många får finns det sammanlagt i
hagen?

Hur många elever går på skolan? Det går 50 elever i förskoleklass.	Hur många elever går på skolan? I ettan går det 10 färre elever än <u>fk</u> -klass.
Hur många elever går på skolan? I 3:an går det hälften så många elever som i F och 1 tillsammans.	Hur många elever går på skolan? I åk 2 är de lika många elever som i åk 3, när tre elever i åk 3 är borta.



Vallonskolans problem



Mejla era
problem till oss
Tillbaka 15:50



Höstterminen

Preliminärt inbokade tillfällen

10 augusti	12:00-16:00	✓
29 september	15:15-17:00	
1 november	08:00-12:00	
8 december	15:15-17:00	
9 januari	12:00-16:00	

Inför den 29 september

Pröva problem

- ✓ Planera för hur du ska iscensätta det valda problemet.
- ✓ Blev *Polyas faser* synliga?
- ✓ Vilka *strategier* användes?
- ✓ Var *fyrfältaren* ett stöd?

Läs och gör noteringar

[Undervisning genom problemlösning](#)

Mellanträff



Tack för idag!



charlotta.andersson@pedagogdirekt.se
jane.tuominen@pedagogdirekt.se